UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

1 | DENOMBREMENT - CALCUL DE PROBABILITE

PROBABILITE CONDITIONNELLE - FORMULE DE BAYES

Exercice n° 1 : Soit l'ensemble des chiffres de 0 à 9 inclus

1) Combien peut-on former de nombres de 5 chiffres, tous distincts, pris parmi les 10 ? (On rappelle qu'un nombre de 5 chiffres commençant par 0 est considéré comme un nombre de 4 chiffres).

2) Combien peut-on former de nombres de 5 chiffres distincts :
   a) comportant 2 chiffres pairs et 3 chiffres impairs ?
   b) commençant par 3 chiffres impairs et se terminant par 2 chiffres pairs ?

Exercice n° 2 : Une urne contient 18 boules : 7 blanches, 8 rouges, 3 vertes. On tire simultanément et au hasard 3 boules. Déterminer la probabilité pour que :

1) on ait tiré une boule de chaque couleur

2) parmi les 3 boules tirées, il n'y ait que 2 couleurs

3) parmi les 3 boules tirées, il y ait au moins une boule verte.

Exercice n° 3 : Dans un lycée du Quartier Latin, 25 % des élèves échouent en mathématiques, 15 % échouent en chimie et 10 % échouent à la fois en mathématiques et en chimie. On choisit un élève au hasard.

1) Si l'élève a échoué en chimie, quelle est la probabilité pour qu'il ait échoué aussi en mathématiques ?

2) Si l'élève a échoué en mathématiques, quelle est la probabilité pour qu'il ait échoué aussi en chimie ?

3) Quelle est la probabilité pour qu'il ait échoué en mathématiques ~~et~~ ou en chimie ?

Exercice n° 4 : 3 machines A, B et C produisent respectivement 60 %, 30 % et 10 % du nombre total de pièces fabriquées dans une usine. Les pourcentages de résultats défectueux de ces machines sont respectivement 2 %, 3 % et 4 % . On choisit une pièce au hasard et on s'aperçoit qu'elle est défectueuse. Calculer la probabilité pour que cette pièce ait été produite par la machine C.

EXERCICE 7

L'Ampicilline est un antibiotique réputé donner une réaction allergique spécifique dans la mononucléose infectieuse avec une probabilité de 0,8, alors que la probabilité de réaction allergique à cet antibiotique pour toute autre maladie infectieuse n'est que de 0,1.

A désigne l'évènement être allergique ; $\overline{A}$ son contraire
M désigne l'évènement avoir une mononucléose infectieuse; $\overline{M}$ son contraire

Sachant que la probabilité d'avoir une mononucléose infectieuse est de 0,2, désigner d'après le tableau 4bis les probabilités suivantes :

$P(A \mid M)$ **REP 29 : [redacted] D [redacted]**
$P(A \mid \overline{M})$ **REP 30 : A B C D [redacted]**
$P(\overline{A} \mid M)$ **REP 31 : A [redacted] D E**
$P(\overline{A} \mid \overline{M})$ **REP 32 : [redacted] B [redacted]**

$P(M \mid A)$ **REP 33 : A [redacted] C [redacted]**
$P(M \mid \overline{A})$ **REP 34 : A B [redacted] D E**
$P(\overline{M} \mid A)$ **REP 35 : A B [redacted] E**
$P(\overline{M} \mid \overline{A})$ **REP 36 : A [redacted]**

$P(A \cap M)$ **REP 37 : [redacted] B C [redacted] E**
$P(A \cap \overline{M})$ **REP 38 : A B C [redacted] E**
$P(\overline{A} \cap M)$ **REP 39 : A [redacted] C D E**
$P(\overline{A} \cap \overline{M})$ **REP 40 : A B [redacted]**

$P(M \cap A)$ **REP 41 : [redacted] B C [redacted] E**
$P(M \cap \overline{A})$ **REP 42 : A [redacted] C D E**
$P(\overline{M} \cap A)$ **REP 43 : A B C [redacted] E**
$P(\overline{M} \cap \overline{A})$ **REP 44 : A B [redacted]**

$P(A)$ **REP 45 : A [redacted] C [redacted] E**
$P(M)$ **REP 46 : A [redacted] D E**

$P(\overline{A})$ **REP 47 : [redacted] E**
$P(\overline{M})$ **REP 48 : [redacted] D [redacted]**

Tableau 4bis

╳	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,30	0,38	0,44	0,49	0,55	0,61	0, 67	0, 75	0, 85	0, 95
0,02	0,06	0,10	0,14	0,18	0,25	0,35	0, 41	0,47	0,52	0,58	0,64	0,70	0,80	0,90	1,00

le + proche

╳	B	D	AB	AD	BC	BE	CE	ABC	ABE	ACE	BCD	BDE	ABCD	ABDE	BCDE
A	C	E	AC	AE	BD	CD	DE	ABD	ACD	ADE	BCE	CDE	ABCE	ACDE	ABCDE

EXERCICE 8

On distribue 4 cartes d'un jeu de 32 cartes, trouver à l'aide du tableau 5 la probabilité d'avoir :

au moins un as **REP 49 : [redacted] B C [redacted]**
4 cartes de la même couleur **REP 50 : A B C D E**
4 cartes de couleur differente **REP 51 : A B C D E**
4 cartes de couleur et valeur differentes **REP 52 : A B C D E**

Tableau 5

0,001	0,003	0,005	0,007	0,009	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,30	0,50	0,70	0,85	0,95	0,99
0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,2	0,4	0,6	0,80	0,90	0,97	1,00

╳	B	D	AB	AD	BC	BE	CE	ABC	ABE	ACE	BCD	BDE	ABCD	ABDE	BCDE
A	C	E	AC	AE	BD	CD	DE	ABD	ACD	ADE	BCE	CDE	ABCE	ACDE	ABCDE

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

2 | LOIS DE PROBABILITE DISCONTINUES

Exercice n° 1 : On tire un échantillon de 20 individus dans une population de grande taille où la proportion d'individus pésentant le caractère A est de 45%. En désignant par X le nombre d'individus qui présentent ce caractère A dans l'échantillon calculer :
$E(X)$; $Var(X)$; $P(X = 8)$; $P(9 \leq X \leq 10)$; $P(X \geq 2)$

P(A) sur échantillon = P(A) sur la population ?

Exercice n° 2 : On donne les résultats d'un dénombrement de globules rouges dans les 500 cases d'un hématimètre dans le tableau suivant où x représente le nombre de globules rouges par case, et n le nombre de cases de l'hématimètre :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	13	41	90	112	100	66	45	22	9	1	1

Chaque case de l'hématimètre emprisonne un volume de 1/12800 mm^3 de sang dilué à 10^{-2}.

1 - Si on appelle X le nombre de globules rouges par case de l'hématimètre, montrer pourquoi on peut établir que X suit une loi de Poisson.

2 - Calculer pour cette loi : $P(X = k)$ pour $0 \leq k \leq 8$
$P(X \geq 9)$

Exercice n° 3 : On veut savoir si une drogue est efficace sur des leucémies en crise. Elle produit des rémissions dans une proportion p (inconnue) de cas. On procède à un essai "simple" où on donne la drogue à des malades successifs. Dès qu'il y a succès, on peut dire que le produit est efficace et arrêter l'essai. Soit N le nombre de malades ayant ainsi fait l'objet de l'essai, supposons que la valeur de p soit 20% :

1 - Quelle est la probabilité pour que N=10 ?
2 - Combien en moyenne un tel essai demanderait-il de sujets ?
3 - Quelle est la probabilité pour que N soit :
- inférieur ou égal à 5 ?
- strictement plus grand que 5 ?

N.B. : on donne la relation :

$$1 + 2q + 3q^2 + \dots + k q^{k-1} + \dots = \frac{1}{(1-q)^2} \quad \text{pour } q < 1$$

ED 2 : Exercice à chercher (Concours 1991)

EXERCICE 12

Dans une fabrication unitaire on suppose que le nombre de pièces défectueuses dans un échantillon de taille n suit une loi de Poisson.

On rappelle que $P(K_n = k) = \dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ avec $\lambda = n p$

Le fabricant prétend que sa production contient 1% de défectueux.

Dans un échantillon de 100 pièces on a trouvé 2 éléments défectueux.

Sous l'hypothèse du fabricant trouver

1) $p(K_{100} = 0)$
2) $p(K_{100} = 1)$
3) $p(K_{100} = 2)$
4) $p(K_{100} = 3)$
5) $p(K_{100} = 4)$

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

3 | LOIS DE PROBABILITE CONTINUES

Exercice n° 1 : On considère un ensemble d'atomes radio-actifs à la date t = 0. On s'intéresse à la "durée de vie" de l'atome, temps qui s'écoule entre l'instant t = 0 et l'instant où le noyau se désintègre. On suppose que la probabilité, pour un noyau, de n'être pas encore désintégré à l'instant t ($t \in [0, +\infty[$) est :

$$S(t) = e^{-\mu t}$$

1) En déduire la fonction de répartition de la variable aléatoire D associée à la durée de vie d'un noyau

2) Calculer la densité de probabilité de cette variable aléatoire, son espérance mathématique et sa variance

3) Soit m le nombre d'atomes radio-actifs au temps t = 0 ; montrer que la probabilité d'avoir observé n désintégrations d'atomes entre le temps t = 0 et le temps t suit une loi binomiale.

Exercice n° 2 : Après plusieurs sondages, un fabricant de bas à varices suppose que la longueur du pied d'un homme adulte suit une loi de Gauss de paramètres μ = 24 cm, σ = 3 cm. Il étudie cette distribution pour déterminer les tailles et les quantités correspondantes qu'il lui faudra fournir.

1) Dans combien de cas (en pourcentage) observe-t-on une longueur de pied
   a) supérieure à 30 cm
   b) inférieure à 15 cm
   c) comprise entre 22 et 31 cm.

2) Déterminer la longueur de pied ℓ telle que, dans 30 % des cas, la longueur de pied soit supérieure à ℓ.

3) Le fabricant décide de répartir sa production selon 5 tailles numérotées de 1 à 5 dans l'ordre croissant des tailles. Les tailles sont définies de la manière suivante : le fabricant prend un intervalle symétrique de probabilité 0,90 autour de la moyenne. Il divise cet intervalle en trois intervalles de longueurs égales, il obtient ainsi 5 intervalles correspondant aux tailles respectives de 1 à 5. Délimiter les divers intervalles selon la longueur de pied ℓ et faire un schéma avec la loi de probabilité.

ED 3 : Exercice à chercher (Concours 1991)

EXERCICE 9

On tire un échantillon de 20 individus, dans une population de grande taille où la proportion d'individus présentant le caractère A est de 45%
En désignant par X le nombre d'individus, qui présentent ce caractère dans l'échantillon trouver à l'aide du tableau 6, (les probabilités étant exprimées en pourcent)

E (X) REP 53 : A B C D E
Var (X) REP 54 : A B C D E
P (X=8) REP 55 : A B C D E
P (X < 13) REP 56 : A B C D E
P (X ≥ 7) REP 57 : A B C D E
P (9 ≤ X ≤ 10) REP 58 : A B C D E

Tableau 6

☒	06	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90
03	09	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75	81	87	100

☒	B	D	AB	AD	BC	BE	CE	ABC	ABE	ACE	BCD	BDE	ABCD	ABDE	BCDE
A	C	E	AC	AE	BD	CD	DE	ABD	ACD	ADE	BCE	CDE	ABCE	ACDE	ABCDE

5) trouver les propositions exactes

A : X suit approximativement une loi Binomiale
B : X suit approximativement une loi Poisson
C : X suit approximativement une loi Student
D : X suit approximativement une loi Normale

REP 59 : A B C D E

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

4 | STATISTIQUES DESCRIPTIVES

Pour expérimenter une nouvelle méthode de dosage d'un paramètre biologique X (en mg/litre) des mesures ont été faites sur un échantillon de 364 personnes "cliniquement normales". Les valeurs ainsi mesurées sont consignées dans le tableau-joint :

Limites de classe	Centre de classe	Fréquence
66.75-67.25	67.0	2
67.25-67.75	67.5	2
67.75-68.25	68.0	5
68.25-68.75	68.5	6
68.75-69.25	69.0	7
69.25-69.75	69.5	24
69.75-70.25	70.0	36
70.25-70.75	70.5	48
70.75-71-25	71.0	64
71.25-71.75	71.5	51
71.75-72.25	72.0	41
72.25-72.75	72.5	32
72.75-73.25	73.0	24
73.25-73.75	73.5	12
73.75-74.25	74.0	5
74.25-74.75	74.5	4
74.75-75.25	75.0	1

1 - Tracer l'histogramme de densité de distribution

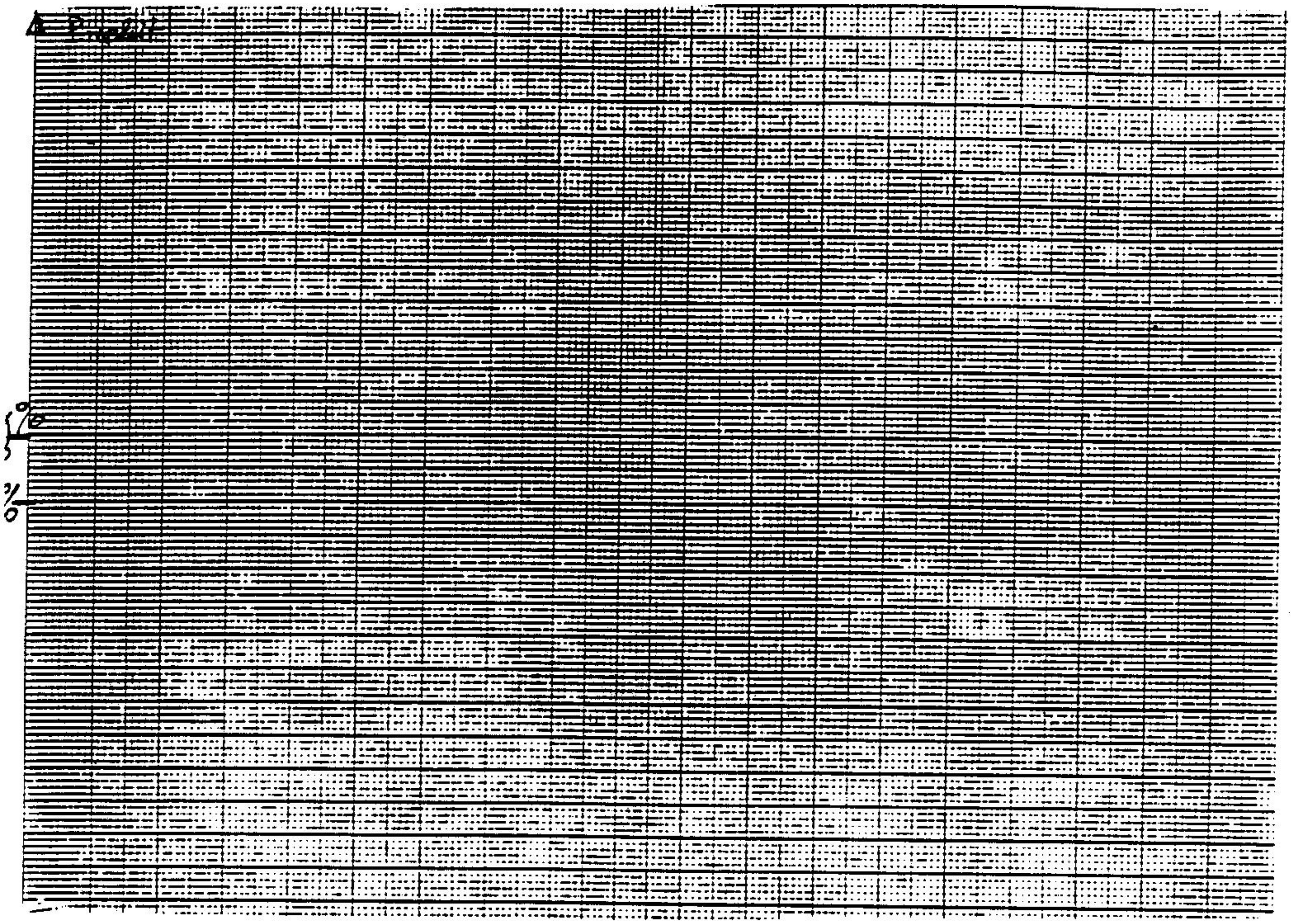
2 - Calculer les fréquences relatives cumulées et tracer le diagramme cumulatif correspondant. Donner la valeur de la médiane.

3 - Estimer la valeur moyenne et l'écart type de X dans la population des gens cliniquement normaux.

4 - Vérifier à l'aide du papier Gausso-arithmétique, la normalité de la distribution de X.

5 - Retrouver graphiquement les valeurs de la moyenne et de l'écart type estimés ci-dessus.

ED 4 : Exercice à chercher (Concours 1991)



ENONCE

Construire une échelle probit entre 10% et 90%, tous les 10% de telle sorte que l'on ait 10mm entre 40% et 50% faire figurer sur cette échelle une loi Normale de moyenne 52 et d'écart type 6.25

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

5 | COMPARAISON DE MOYENNES (Grands Echantillons)

Exercice n° 1 : Un produit de référence synthétique a été préparé en vue de l'emploi d'une méthode d'analyse relative.
Exprimée en pourcentage, la teneur visée pour l'élément intéressant est $\mu_0 = 25{,}60$.
Pour vérifier la préparation du produit, on effectue une série de n=40 dosages : la valeur moyenne observée est $\bar{x} = 25{,}58$ et l'écart-type est $s_e = 0{,}2$.
1 - Peut-on admettre que la concentration de l'élément dans le produit est μ_0 ? (On fixera $\alpha = 0{,}05$)
2 - Calculer le risque β de deuxième espèce d'admettre que la teneur en élément dans le produit est égale à la valeur visée μ_0 alors que sa valeur réelle est $\mu_1 = 25{,}70$.

Exercice n° 2 : Pour déterminer le taux moyen de phénylalanine sérique chez l'homme, un laboratoire a pratiqué ce dosage sur un échantillon de 145 sujets témoins.
Il a obtenu les résultats suivants :
. moyenne de l'échantillon $\bar{x}_1 = 16{,}6$ mg/l
. variance estimée pour la population $\sigma_1^{*2} = 12{,}96$
1 - Déterminer pour un risque $\alpha = 0{,}05$:
. l'intervalle normal de dispersion pour un individu,
. l'intervalle de confiance de la moyenne,
. l'intervalle de confiance de la variance.
2 - Le laboratoire effectue le dosage de la phénylalamine sérique sur un groupe de 50 sujets hospitalisés et obtient les résultats suivants :
. moyenne de l'échantillon $\bar{x}_2 = 21{,}3$ mg/l
. variance estimée pour la population $\sigma_2^{*2} = 14{,}10$
Existe-t-il une différence significative entre le taux moyen de la phénylalamine sérique des sujets témoins et celui des sujets hospitalisés ?

ED 5 : Exercice à chercher (Concours 1991)

EXERCICE 11

Pour étudier si le réglage d'une machine a évolué d'un lot à l'autre on prélève dans chacun des lots un échantillon de comprimés que l'on pèse :

lot 1 $m_1 = 8,0$ $\hat{s}_1 = 2,0$ $n_1 = 30$

lot 2 $m_2 = 8,8$ $\hat{s}_2 = 2,2$ $n_2 = 40$

A l'aide du tableau 9

1) Donner la valeur de la fonction discriminante utilisée pour comparer les moyennes sous hypothèse nulle

REP 72 : [redacted] D E U = 1,586

2) Dans le cas où l'on accepte l'hypothèse nulle précédente au risque $\alpha = 5\%$, trouver la valeur que devrait avoir l'écart $(\mu_2 - \mu_1)$ de l'hypothèse alternative pour que le risque de se tromper β soit de 5%

REP 73 : A B C D E

3) Donner la valeur de la fonction discriminante utilisée pour comparer les variances

REP 74 : A B C D E

4) Donner la valeur critique de rejet de Ho au seuil $\alpha = 5\%$ pour test précédent

REP 75 : A B C D E

Tableau 9

╳	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0
0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3	2,5	2,7	2,9	3,1

╳	B	D	AB	AD	BC	BE	CE	ABC	ABE	ACE	BCD	BDE	ABCD	ABDE	BCDE
A	C	E	AC	AE	BD	CD	DE	ABD	ACD	ADE	BCE	CDE	ABCE	ACDE	ABCDE

Avec la liste de réponses proposées ci après

5) Trouver pour la question 1 les propositions exactes **REP 76 : A B C D E**

6) Trouver pour la question 3 les propositions exactes **REP 77 : A B C D E**

liste de réponses

A - l'écart est significatif au risque choisi $\alpha = 5\%$

B - l'écart est encore significatif pour un risque α plus faible

C - le réglage de la machine n'a pas évolué

D - le risque β n'a pas de sens ici

E - l'inégalité du nombre d'individus dans les échantillons introduit un léger biais dans la comparaison des paramètres.

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

6 | COMPARAISON DE MOYENNES (Petits Echantillons)

Exercice n° 1 : Deux types de solutions chimiques A et B ont été testées pour leur pH (degré d'acidité d'une solution).
Six mesures faites sur la solution A ont donné un pH moyen de 7,52 avec un écart type estimé de 0,024. Cinq mesures faites sur la solution B ont donné un pH moyen de 7,49 avec un écart type estimé de 0,032. Déterminer si, au seuil de signification de 0,05, les deux solutions ont des pH différents.

Exercice n° 2 : Afin de contrôler un lot de fabrication d'un médicament divisé en sachets, on a prélevé un échantillon aléatoire de 15 sachets que l'on a pesé.

1) Comparer, au risque $\alpha = 5\ \%$ et $\alpha = 1\ \%$, le poids moyen du lot à la valeur donnée par la norme de fabrication 1,50 g
- dans le cas où l'hypothèse alternative est : "le poids moyen du lot est différent de 1,50 g"
- dans le cas où l'hypothèse alternative est "le poids moyen du lot est supérieur à 1,50 g",

N.B. : la somme observée des masses des sachets est de 23,25 grammes et la somme de leur carré est de 36,169

2) Reprendre la question précédente dans le cas où la fabrication est considérée comme stable et où l'écart-type de la masse d'un sachet vaut 0,095 grammes.

Exercice n° 3 : Pour étudier l'action d'un produit sur un paramètre biologique, on a mesuré sur un échantillon de 10 individus, la valeur du paramètre avant et après le traitement.
Les résultats sont les suivants :

Individu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valeur avant traitement	5,33	6,13	5,66	4,50	5,35	6,32	4,24	5,83	6,27	4,86
Valeur après traitement	5,32	6,00	5,64	4,59	5,49	6,17	4,11	5,86	6,13	4,68

Le traitement modifie-t-il de façon significative le paramètre biologique ($\alpha = 0,05$) ?

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

7 | TRAITEMENT DES COURBES EXPERIMENTALES

La solubilité d'un gaz en fonction de la température T est donnée par la relation $C = C_o \exp(-k/T)$.

La solubilité du vinyle acétylène gazeux dans le toluène en fonction de la température a donné les résultats suivants :

T°K	363,6	336,7	319,5	305,9	287,4	279,3
C $mole.L^{-1}$	5,45	3,35	1,93	1,23	0,741	0,453

1) Trouver le changement de variables qui permettra par ajustement linéaire de déterminer graphiquement la valeur des deux constantes Co et k. Donner alors le nouveau tableau de correspondance en respectant la règle des chiffres significatifs.

2) Représenter graphiquement ces nouvelles valeurs sur papier millimétré.

3) Déterminer graphiquement les valeurs de k et Co.

4) Représenter graphiquement C en fonction de 1/T sur papier semi-logarithmique ; en déduire à nouveau les valeurs de k et C_0

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

8 | PAPIER SEMI-LOGARITHMIQUE : ANALYSE DE RESULTATS EXPERIMENTAUX

La mesure du débit cérébral sanguin peut s'étudier chez l'homme en mesurant l'émission γ (80 keV) du $^{133}X_e$ au cours du temps après mise en saturation de l'organe avec ce gaz. On montre alors que le débit cérébral est une fonction de la vitesse d'élimination du $^{133}X_e$ lorsque le sujet respire à l'air libre. L'élimination est détectée par le nombre N de photons γ émis. Pour un patient on a trouvé les résultats suivants :

Temps (secondes)	60 1	180 3	300 5	420 7	540 9	660 11	780 13	900 15
N	51320	30174	19421	13729	10525	8568	7255	6290

Temps (secondes)	1140 19	1380 23	1620 27	1860 31	2100 35	2220 37
N	4897	3883	3096	2472	1975	1765

On suppose que le $^{133}X_e$ s'élimine selon deux compartiments indépendants.

$\boxed{N_1} \xrightarrow{k_1}$ soit $-\dfrac{dN_1}{dt} = k_1 N_1$ pour la substance blanche

$\boxed{N_2} \xrightarrow{k_2}$ soit $-\dfrac{dN_2}{dt} = k_2 N_2$ pour la substance grise

a) Sachant que l'on ne peut mesurer que $N = N_1 + N_2$, exprimer comment N varie au cours du temps.

b) Représenter sur papier semi-log la courbe expérimentale en utilisant une échelle des temps exprimée en <u>minutes</u>.

c) Sachant que l'élimination est plus rapide dans la substance blanche que dans la substance grise, expliquer pourquoi sur le graphique on peut trouver la courbe d'élimination dans la substance grise. Déterminer alors la valeur de k_2.

d) Expliquer alors comment on peut déduire graphiquement la courbe d'élimination dans la substance blanche . Construire la courbe sur le graphique précédent et déterminer la valeur de k_1.

e) Donner alors la fonction N et les débits dans chacun des compartiments en utilisant les formules :
Débit dans la substance blanche : $D_1 = 140\ k_1 (ml\ mn^{-1}\ 100\ g^{-1})$
Débit dans la substance grise : $D_2 = 100\ k_2 (ml\ mn^{-1}\ 100\ g^{-1})$

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

9 | CALCUL DIFFERENTIEL - INCERTITUDES

Exercice n° 1

Calculer la différentielle totale de la fonction $V = \frac{\ln U}{U}$ avec $U = \left(\frac{x}{y^3}\right)^{1/2}$

Exercice n° 2

L'indice de réfraction du prisme pour une radiation donnée est obtenu par la relation :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

où A est l'angle du prisme

D_m est la déviation minimum pour la raie choisie

Les mesures faites pour la série verte du cadmium ont conduit aux résultats suivants :

$$A = 60°1' \pm 2'$$

$$D_m = 64°1' \pm 2'$$

Déterminer n et l'incertitude sur n.

Exercice n° 3 : La mesure d'une concentration Co est donnée par la formule suivante :

$$Co = Ce^{-\alpha t} + \frac{1}{C} e^{\beta t}$$

et a été obtenue avec les valeurs suivantes :

$C = 2{,}7 \pm 0{,}1$; $t = 0{,}55 \pm 0{,}01$; $\alpha = 2{,}57 \pm 0{,}01$; $\beta = 1{,}28 \pm 0{,}01$

Calculer l'incertitude absolue ΔCo. Donner le résultat arrondi par excès, avec deux chiffres significatifs.

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

10 | CALCUL VECTORIEL - EQUATIONS DIFFERENTIELLES

Exercice n° 1 : Soit $\vec{F}$ un champ de forces dont les composantes dans un repère orthonormé sont :

$$\begin{cases} Fx = e^{xy} + xy\, e^{xy} + 2z \\ Fy = x^2\, e^{xy} + \dfrac{1}{z} \\ Fz = 2x - \dfrac{y}{z^2} \end{cases}$$

1) Vérifier que ce champ est un gradient

2) Calculer la fonction scalaire U correspondante

3) Calculer l'énergie potentielle de ce champ

4) Calculer le travail de la force $\vec{F}$ entre les deux points A $(x = 0,\ y = 0,\ z = 1)$ et B $(x = 1,\ y = 1,\ z = 1)$

Exercice n° 2 : Trouver l'énergie potentielle d'une force F définie par :

$$\vec{F}(r, \theta) = (2 - r)\, e^{-r}\, \vec{r}$$

au point M de coordonnées polaires r, θ sachant que pour $r = 0$ on prend $E_p = 0$

ED 10 : Exercice à chercher (Concours 1991)

EXERCICE 4

Pour les 5 équations différentielles suivantes, trouver éventuellement la ou les propositions exactes :

Equation différentielle :

A . à variable séparée
B . linéaire à coefficient non constant
C . linéaire à coefficient constant
D . differentielle totale exacte
E . aucune de ces formes

$(x + y + 1)\,dx - (x - y - 3)\,dy = 0$	REP 9 : A B C D E
$(x^2 + y^2)dx + 2\,xy\,dy = 0$	REP 10 : A B C D E
$y^2dx - x^2\,dy = 0$	REP 11 : A B C D E
$y'' - y = e^{2x}$	REP 12 : A B C D E
$y'' + xy = 2x$	REP 13 : A B C D E

Pour les 5 équations suivantes trouver éventuellement les solutions exactes

$xdy - ydx = x^2e^x\,dx$	REP 14 : A B C D E
$y^2\,dx - x^2\,dy = 0$	REP 15 : A B C D E
$y' + 2xy = 4x$	REP 16 : A B C D E $y = Ce^{-x^2} + 2$
$(2xy^2 + y)\,dy + (2x^2y + x)\,dx = 0$	REP 17 : A B C D E
$dy / dx + y = 2 + 2x$	REP 18 : A B C D E

Solutions proposées

A $y = Ce^{-x} + 2x$
B $y = 2 + Ce^{-2x}$
C $y = Cx + x\,e^x$
D $y = x + c$
E autre réponse

ED 9 : Exercice à chercher (Concours 1991)

EXERCICE 3

Soit une grandeur physique donnée par la relation

$$U = \frac{C}{4\pi\varepsilon_0} e^{+k\varepsilon_0(\varrho-\varrho_0)}$$

sachant que $C = 4,8$ $\quad k = 7,5\ 10^{-2}$ $\quad \varrho = 127$

$\varepsilon_0 = 0,241$ $\quad \varrho_0 = 44$

Avec des incertitudes implicites trouver dans le tableau 2 suivant l'incertitude explicite Δ U arrondie à un chiffre.

Tableau 2

╳	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	2	4	6	8	$1x10^2$	$1x10^2$
0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,2	0,4	0,6	0,8	1	3	5	7	9	$2x10^2$	$4x10^2$

╳	B	D	AB	AD	BC	BE	CE	ABC	ABE	ACE	BCD	BDE	ABCD	ABDE	BCDE
A	C	E	AC	AE	BD	CD	DE	ABD	ACD	ADE	BCE	CDE	ABCE	ACDE	ABCDE

REP 8 : A B C D E

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

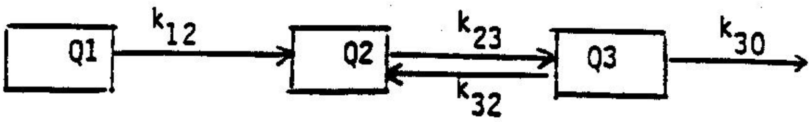
1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

11 | EQUATIONS DIFFERENTIELLES (suite)

Exercice : Une substance se répartit entre trois compartiments selon le schéma ci-dessous :



Q1, Q2, Q3 sont les quantités de substances présentes respectivement dans le 1er, le 2ème et le 3ème compartiment. k_{12}, k_{23}, k_{32}, k_{30} sont les constantes de vitesse telles qu'elles apparaissent sur la figure. On a :

$$k_{12} = 3 \ ; \ k_{23} = 3 \ ; \ k_{32} = 2 \ ; \ k_{30} = 2$$

Au temps t = 0 on prendra Q1 = 10 ; Q2 = Q3 = 0

a) Ecrire les équations différentielles du système ainsi formé

b) Donner les solutions de Q1, Q2 et Q3 en tenant compte des conditions initiales.

$Q_1 = 10e^{-3t}$

$Q_2 = 9e^{-t} - 5e^{-3t} - 4e^{-6t}$

$Q_3 = 3e^{-t} - 15e^{-3t} + 6e^{-6t}$

EXERCICE 5

Soit un médicament se distribuant dans un unique compartiment de volume V_0 constant et mesuré égal à 40 l. la quantité Q administrée au temps $t = 0$ vaut $Q_0 = 100$mg.
Au bout de 8h on constate que la quantité Q à diminuée de moitié.
A l'aide du tableau 3 trouver :

La quantité présente au bout de 12h REP 19 : [redacted]C [redacted]E
La quantité présente au bout de 24 h REP 20 : A [redacted]C [redacted]E

Tableau 3

X	1,5	2,5	3,5	4,5	10	14	18	30	40	50	60	64	68	80	100
1	2	3	4	5	12	16	20	35	45	55	62	66	70	90	105

X	B	D	AB	AD	BC	BE	CE	ABC	ABE	ACE	BCD	BDE	ABCD	ABDE	BCDE
A	C	E	AC	AE	BD	CD	DE	ABD	ACD	ADE	BCE	CDE	ABCE	ACDE	ABCDE

L'élimination s'effectue selon 2 voies une voie rénale urinaire de constante k1 et une autre voie non précisée de constante k2
Sur les urines des 48h qui ont suivi l'injection le patient a émis 2,5 l. d'urine de concentration moyenne égale à 25mg/l
Indiquer à l'aide du tableau 3, quelles sont au bout de 48 heures, en mg :

la quantité présente dans le compartiment REP 21 : A [redacted] C D E
la quantité éliminée par le rein REP 22 : A [redacted] D [redacted]
la quantité éliminée par l'autre voie REP 23 : [redacted]C [redacted]E

déterminer à l'aide du tableau 4 la constante d'élimination totale REP 24 : [redacted] D E
déterminer à l'aide du tableau 4 la constante d'élimination rénale REP 25 : A [redacted] D E
déterminer à l'aide du tableau 4 la constante d'élimination de l'autre voie REP 26 : A B C D [redacted]

Tableau 4

X	0,015	0,025	0,035	0,045	0,055	0,065	0,075	0,085	0,100	0,300	0,500	0,700	0,900	2,00	4,00
0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,090	0,200	0,400	0,600	0,800	1,00	3,00	5,000

X	B	D	AB	AD	BC	BE	CE	ABC	ABE	ACE	BCD	BDE	ABCD	ABDE	BCDE
A	C	E	AC	AE	BD	CD	DE	ABD	ACD	ADE	BCE	CDE	ABCE	ACDE	ABCDE

Si l'on considère au cours du temps dt que la quantité éliminée dQ est égale à $dQ = -CdV$, où C est la concentration de Q dans le compartiment ($C = Q/V_0$) et où dV est un volume fictif du compartiment dans lequel Q serait totalement épuré.
Dans ces conditions $\frac{dV}{dt}$ mesure la vitesse d'épuration (en volume) du compartiment et caractérise sa capacité à l'épuration. on l'appelle clairance d'élimination.
On demande de trouver àl'aide du tableau 3 du début de cet exercice.

la clairance d'élimination totale en lh^1 REP 27 : [redacted] C D ~~E~~
la clairance d'élimination rénale en lh^{-1} REP 28 : ~~[redacted] B~~ [redacted] E

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

1ère ANNEE DE PHARMACIE

E.D. DE MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

1991 - 1992

12 | EQUATIONS DIFFERENTIELLES (suite et fin)

METHODE DES MOINDRES CARRES

Exercice n° 1 : On pose à la surface d'un liquide au repos une bille de masse m supposée ponctuelle. Sachant que la résistance au mouvement due au fluide, est proportionnelle à la vitesse, étudier le mouvement de la bille.
En notant O le point de départ de la bille et ox la verticale descendante, on vérifiera que si x est l'abscisse de la bille sur l'axe ox , on a l'équation différentielle :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - k \frac{dx}{dt}$$

On résoudra cette équation différentielle du deuxième ordre. On s'intéressera au mouvement de la bille lorsque t augmente indéfiniment (on néglige ici la poussée d'Archimède)

Exercice n° 2 : On considère un condensateur de capacité C initialement chargé sous la tension Vo. Ce condensateur se décharge dans une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.

1) Donner l'expression de la charge q en fonction du temps (on sait que la charge q vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

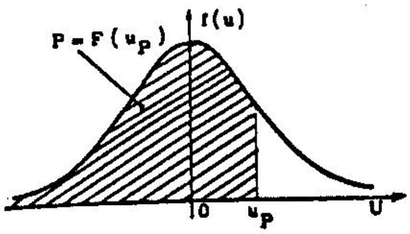
2) Donner l'expression de l'intensité i en fonction du temps.
3) Au bout de combien de temps la charge du condensateur aura-t-elle diminuée de moitié ?

Exercice n° 3 : La solubilité d'un gaz en fonction de la température T est donnée par la relation C = Co exp(-k/T).
La solubilité du vinyle acétylène gazeux dans le toluène en fonction de la température a donné les résultats suivants :

T°K	363,6	336,7	319,5	305,9	287,4	279,3
C mole.L^{-1}	5,45	3,35	1,93	1,23	0,741	0,453

LnC étant une fonction linéaire de 1/T (cf ED7) calculer les coefficients C_0 et k par la méthode des moindres carrés.

FONCTION DE RÉPARTITION DE LA LOI NORMALE RÉDUITE



La table ci-dessous donne $P = \text{Prob}\ (U < u_p)$ en fonction de u_p

u_p	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	u_p
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
u_p	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	u_p

Table pour les grandes valeurs de u

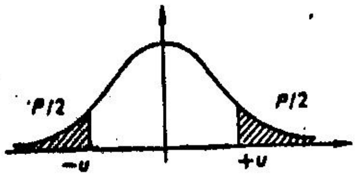
u	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$F(u)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota. La table donne les valeurs de $F(u)$ pour u positif. Lorsque u est négatif il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

Exemple. pour $u = 1,21$ $F(u) = 0,886\,9$
pour $u = -1,21$ $F(u) = 0,113\,1$.

Table 2. *P*(*u*), *Loi normale*

(Valeurs de *u* ayant la probabilité *P* d'être dépassées en valeur absolue)



P	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	∞	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,10	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,20	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,30	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,40	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,50	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,60	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,70	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,80	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,90	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

La probabilité P s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

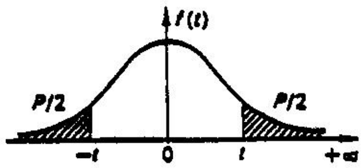
Exemple : Pour u = 1,960 la probabilité est P = 0,00 + 0,05 = 0,05.

Table pour les petites valeurs de la probabilité

P	0,001	0,000 1	0,000 01	0,000 001	0,000 000 1	0,000 000 01	0,000 000 001
u	3,29053	3,89059	4,41717	4,89164	5,32672	5,73073	6,10941

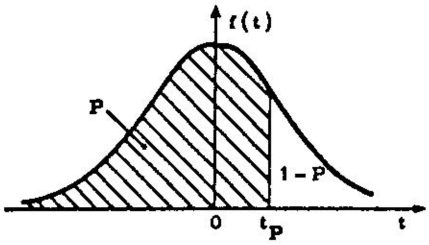
Table 3. *Table de distribution de t* (Loi de Student)

(Valeurs de t ayant la probabilité P d'être dépassées en valeur absolue)



r \ P	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0,001
1	0,158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	0,142	0.289	0.445	0.617	0.816	1,061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	0.137	0,277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.929
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0,130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0,129	0.260	0.397	0.542	0,700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0,129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.128	0,258	0,393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0,127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0,857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0,127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.127	0.256	0,390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3,707
27	0.127	0,256	0.389	0.531	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0,683	0.855	1,056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.127	0.256	0,389	0,530	0.683	0,854	1.055	1.311	1,699	2.045	2.462	2.756	3,659
30	0.127	0,256	0.389	0.530	0,683	0.854	1.055	1.310	1.697	2,042	2.457	2.750	3.646
40	0,126	0,255	0.388	0.529	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
80	0.126	0.254	0.387	0.527	0.679	0.848	1,046	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	0,126	0.254	0.386	0,526	0.677	0,845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	0.126	0,253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

LOI DE STUDENT

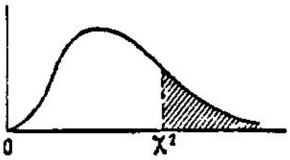


La table ci-dessous donne la valeur de t_P en fonction de P, compte tenu du nombre ν de degrés de liberté.

ν \ P	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9995	P / ν
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619	1
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598	2
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,929	3
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610	4
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869	5
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959	6
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408	7
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041	8
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781	9
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587	10
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437	11
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318	12
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221	13
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140	14
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073	15
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015	16
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965	17
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922	18
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1.066	1,323	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883	19
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850	20
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819	21
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792	22
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767	23
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745	24
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725	25
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,884	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707	26
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690	27
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674	28
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659	29
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646	30
40	0,126	0,255	0,388	0,329	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551	40
60	0,126	0,254	0,387	0,527	0,679	0,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460	60
120	0,126	0,254	0,386	0,526	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373	120
∞	0,126	0,253	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291	∞
ν / P	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9995	P \ ν

Table de χ^2 (*).

La table donne la probabilité α pour que χ^2 égale ou dépasse une valeur donnée, en fonction du nombre de degrés de liberté (d.d.l.).



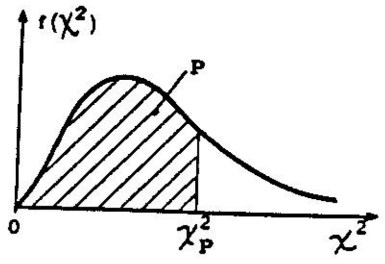
d.d.l. \ α	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,0158	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635	10,827
2	0,211	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210	13,815
3	0,584	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345	16,266
4	1,064	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277	18,467
5	1,610	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086	20,515
6	2,204	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812	22,457
7	2,833	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475	24,322
8	3,490	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090	26,125
9	4,168	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666	27,877
10	4,865	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209	29,588
11	5,578	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725	31,264
12	6,304	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217	32,909
13	7,042	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688	34,528
14	7,790	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141	36,123
15	8,547	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578	37,697
16	9,312	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000	39,252
17	10,085	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409	40,790
18	10,865	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805	42,312
19	11,651	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191	43,820
20	12,443	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566	45,315
21	13,240	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932	46,797
22	14,041	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289	48,268
23	14,848	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638	49,728
24	15,659	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980	51,179
25	16,473	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314	52,620
26	17,292	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642	54,052
27	18,114	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963	55,476
28	18,939	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278	56,893
29	19,768	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588	58,302
30	20,599	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892	59,703

Exemple : avec d.d.l. = 3, pour $\chi^2 = 0,584$ la probabilité est $\alpha = 0,90$.

Quand le nombre de degrés de liberté est élevé, $\sqrt{2\chi^2}$ est à peu près distribué normalement autour de $\sqrt{2\,(\text{d.d.l.}) - 1}$ avec une variance égale à 1.

(*) D'après Fisher et Yates, Statistical tables for biological, agricultural, and medical research (Oliver and Boyd, Edinburgh) avec l'aimable autorisation des auteurs et des éditeurs.

LOI DE χ^2 OU DE PEARSON

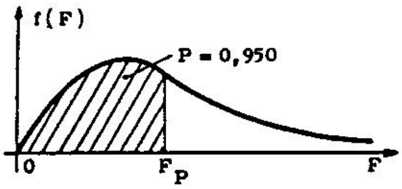


Cette table donne les valeurs de χ^2_P en fonction de P et du nombre ν de degrés de liberté.

ν \ P	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	P / ν
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,0039	0,0158	0,102	0,455	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	1
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	0,575	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6	2
3	0,0717	0,115	0,216	0,352	0,584	1,21	2,37	4,11	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8	3
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9	4
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7	5
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5	6
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3	7
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34	10,2	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0	8
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34	11,4	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6	9
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34	12,5	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2	10
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	7,58	10,3	13,7	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8	11
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	11,3	14,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3	12
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	9,30	12,3	16,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8	13
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	10,2	13,3	17,1	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3	14
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,0	14,3	18,2	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8	15
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,9	15,3	19,4	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3	16
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	12,8	16,3	20,5	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7	17
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	13,7	17,3	21,6	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2	18
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	14,6	18,3	22,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6	19
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	15,5	19,3	23,8	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0	20
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	16,3	20,3	24,9	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4	21
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	17,2	21,3	26,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8	22
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	18,1	22,3	27,1	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2	23
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	19,0	23,3	28,2	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6	24
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	19,9	24,3	29,3	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9	25
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	20,8	25,3	30,4	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3	26
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	21,7	26,3	31,5	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6	27
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	22,7	27,3	32,6	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0	28
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	23,6	28,3	33,7	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3	29
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	24,5	29,3	34,8	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7	30
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	33,7	39,3	45,6	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8	40
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	42,9	49,3	56,3	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5	50
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	52,3	59,3	67,0	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0	60
70	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	61,7	69,3	77,6	85,5	90,5	95,0	100,4	104,2	70
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	71,1	79,3	88,1	96,6	101,9	106,6	112,4	116,3	80
90	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	80,6	89,3	98,6	107,6	113,1	118,1	124,1	128,3	90
100	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	90,1	99,3	109,1	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2	100
ν / P	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	ν \ P

Pour $P = 0{,}950$

ν_1 / ν_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ν_1 / ν_2
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	1
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	2
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	3
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	4
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	5
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	6
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	7
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	8
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	9
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	10
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	11
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	12
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	13
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	14
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	15
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	16
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	17
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	18
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	19
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	20
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	21
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	22
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	23
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	24
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	25
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	26
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	27
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	28
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	29
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	30
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	40
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	60
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	120
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	∞
ν_2 / ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ν_1 / ν_2

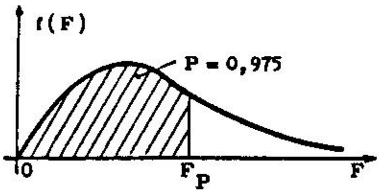


La table ci-dessous donne F_P en fonction des deux paramètres ν_1 et ν_2 qui définissent une loi de Snedecor, pour $P = 0{,}950$.

ν_2 \ ν_1	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	ν_1 / ν_2
1	243,9	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3	1
2	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50	2
3	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53	3
4	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63	4
5	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36	5
6	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67	6
7	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23	7
8	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93	8
9	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71	9
10	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54	10
11	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40	11
12	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30	12
13	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21	13
14	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13	14
15	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07	15
16	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01	16
17	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96	17
18	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92	18
19	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88	19
20	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84	20
21	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81	21
22	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78	22
23	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76	23
24	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73	24
25	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71	25
26	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69	26
27	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67	27
28	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65	28
29	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64	29
30	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62	30
40	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51	40
60	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39	60
120	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25	120
∞	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00	∞
ν_2 / ν_1	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	ν_1 \ ν_2

Pour $P = 0{,}975$

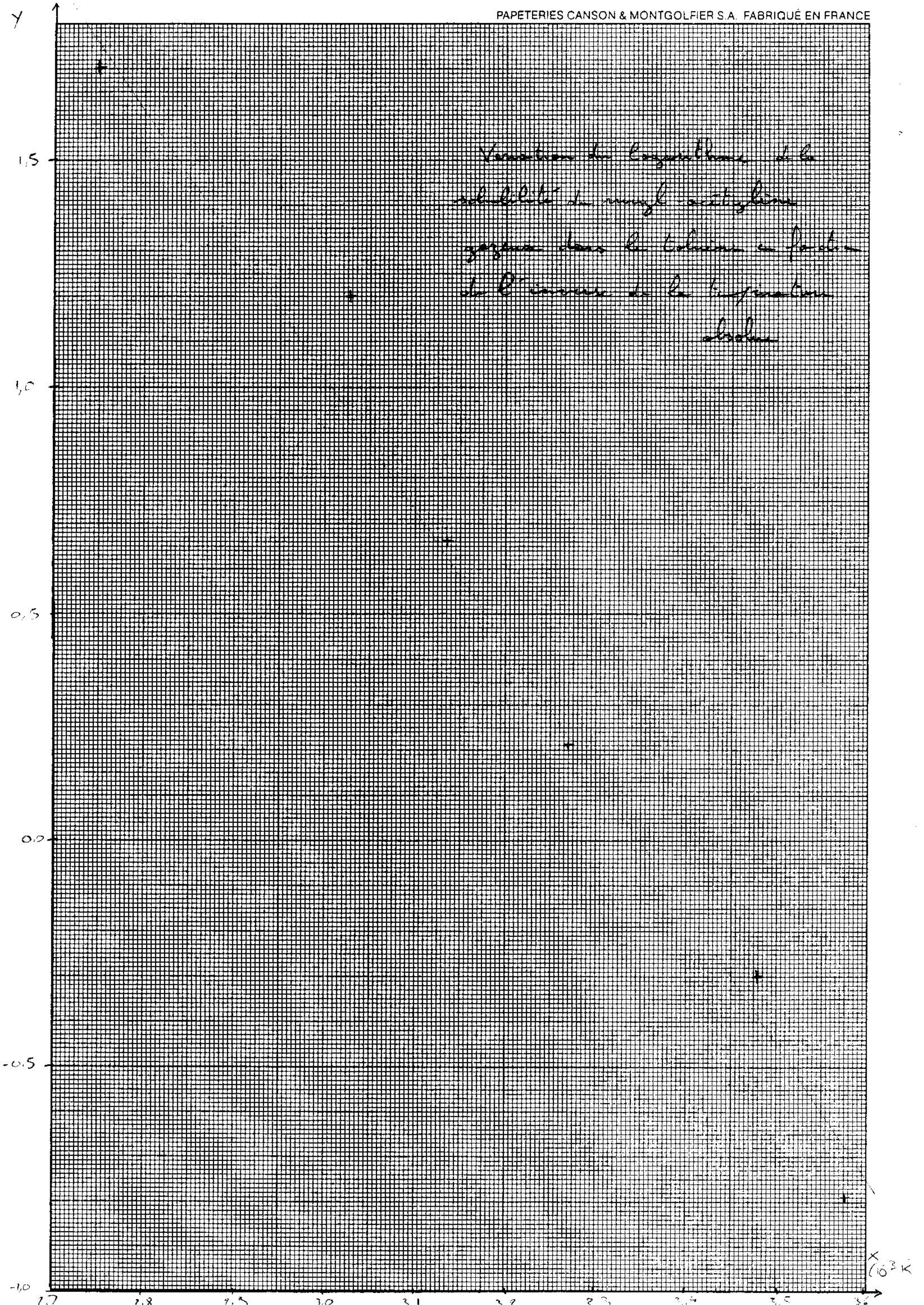
ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ν_1 / ν_2
1	647,8	799,5	864,2	899,6	921,8	937,1	948,2	956,7	963,3	968,6	1
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	2
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	3
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	4
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	5
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	6
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	7
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	8
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	9
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	10
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	11
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44	3,37	12
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	13
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	14
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	15
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	16
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	17
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93	2,87	18
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	19
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	20
21	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80	2,73	21
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	22
23	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,81	2,73	2,67	23
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	24
25	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68	2,61	25
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,82	2,73	2,65	2,59	26
27	5,63	4,24	3,65	3,31	3,08	2,92	2,80	2,71	2,63	2,57	27
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,78	2,69	2,61	2,55	28
29	5,59	4,20	3,61	3,27	3,04	2,88	2,76	2,67	2,59	2,53	29
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	30
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	40
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33	2,27	60
120	5,15	3,80	3,23	2,89	2,67	2,52	2,39	2,30	2,22	2,16	120
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,29	2,19	2,11	2,05	∞
ν_2 / ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ν_2 / ν_1

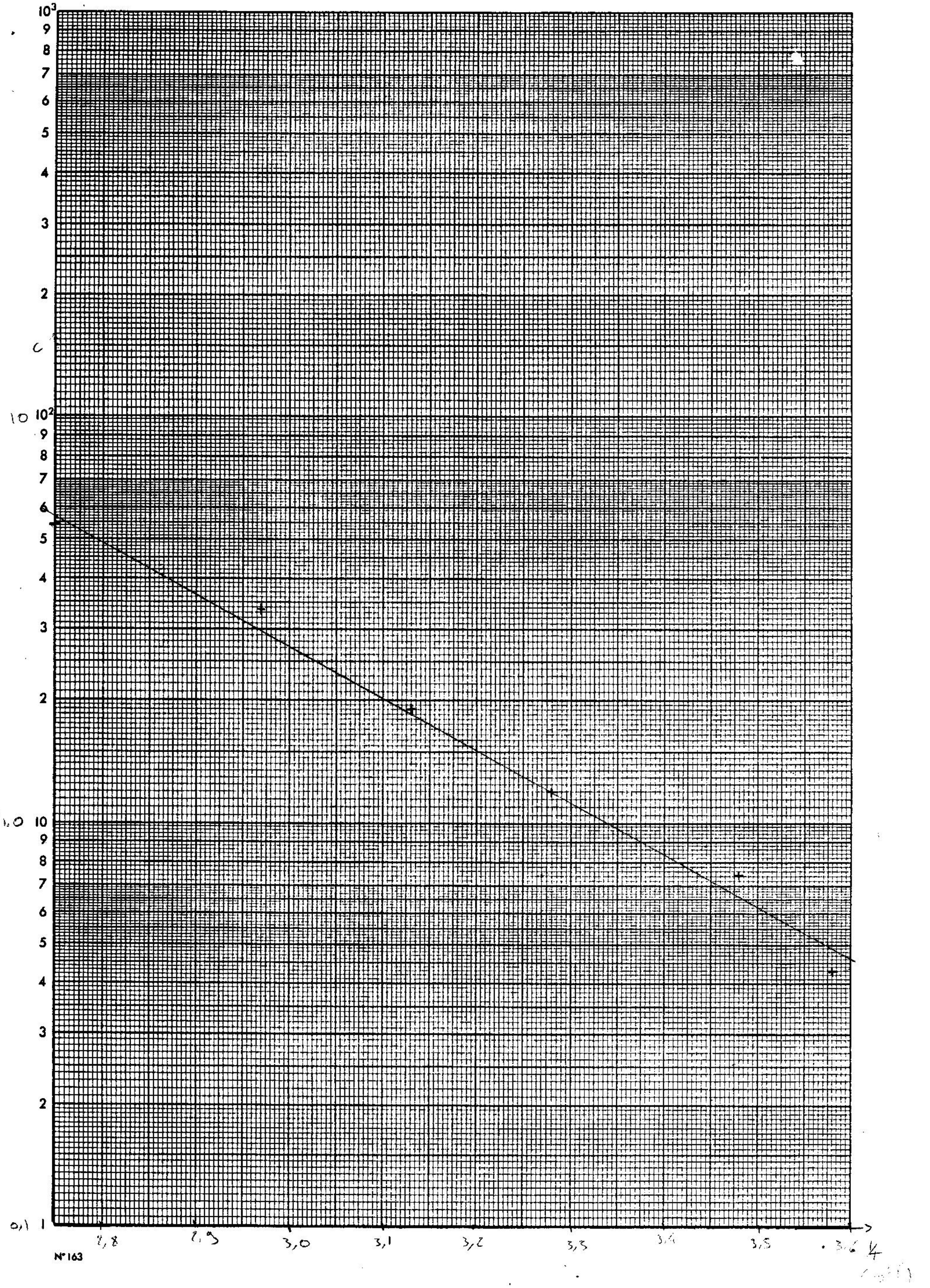


La table ci-dessous donne F_P en fonction des deux paramètres ν_1 et ν_2 qui définissent une loi de Snedecor, pour $P = 0{,}975$.

ν_2 \ ν_1	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	ν_1 / ν_2
1	976,7	984,9	993,1	997,2	1001	1006	1010	1014	1018	1
2	39,41	39,43	39,45	39,46	39,46	39,47	39,48	39,49	39,50	2
3	14,34	14,25	14,17	14,12	14,08	14,04	13,99	13,95	13,90	3
4	8,75	8,66	8,56	8,51	8,46	8,41	8,36	8,31	8,26	4
5	6,52	6,43	6,33	6,28	6,23	6,18	6,12	6,07	6,02	5
6	5,37	5,27	5,17	5,12	5,07	5,01	4,96	4,90	4,85	6
7	4,67	4,57	4,47	4,42	4,36	4,31	4,25	4,20	4,14	7
8	4,20	4,10	4,00	3,95	3,89	3,84	3,78	3,73	3,67	8
9	3,87	3,77	3,67	3,61	3,56	3,51	3,45	3,39	3,33	9
10	3,62	3,52	3,42	3,37	3,31	3,26	3,20	3,14	3,08	10
11	3,43	3,33	3,23	3,17	3,12	3,06	3,00	2,94	2,88	11
12	3,28	3,18	3,07	3,02	2,96	2,91	2,85	2,79	2,72	12
13	3,15	3,05	2,95	2,89	2,84	2,78	2,72	2,66	2,60	13
14	3,05	2,95	2,84	2,79	2,73	2,67	2,61	2,55	2,49	14
15	2,96	2,86	2,76	2,70	2,64	2,59	2,52	2,46	2,40	15
16	2,89	2,79	2,68	2,63	2,57	2,51	2,45	2,38	2,32	16
17	2,82	2,72	2,62	2,56	2,50	2,44	2,38	2,32	2,25	17
18	2,77	2,67	2,56	2,50	2,44	2,38	2,32	2,26	2,19	18
19	2,72	2,62	2,51	2,45	2,39	2,33	2,27	2,20	2,13	19
20	2,68	2,57	2,46	2,41	2,35	2,29	2,22	2,16	2,09	20
21	2,64	2,53	2,42	2,37	2,31	2,25	2,18	2,11	2,04	21
22	2,60	2,50	2,39	2,33	2,27	2,21	2,14	2,08	2,00	22
23	2,57	2,47	2,36	2,30	2,24	2,18	2,11	2,04	1,97	23
24	2,54	2,44	2,33	2,27	2,21	2,15	2,08	2,01	1,94	24
25	2,51	2,41	2,30	2,24	2,18	2,12	2,05	1,98	1,91	25
26	2,49	2,39	2,28	2,22	2,16	2,09	2,03	1,95	1,88	26
27	2,47	2,36	2,25	2,19	2,13	2,07	2,00	1,93	1,85	27
28	2,45	2,34	2,23	2,17	2,11	2,05	1,98	1,91	1,83	28
29	2,43	2,32	2,21	2,15	2,09	2,03	1,96	1,89	1,81	29
30	2,41	2,31	2,20	2,14	2,07	2,01	1,94	1,87	1,79	30
40	2,29	2,18	2,07	2,01	1,94	1,88	1,80	1,72	1,64	40
60	2,17	2,06	1,94	1,88	1,82	1,74	1,67	1,58	1,48	60
120	2,05	1,94	1,82	1,76	1,69	1,61	1,53	1,43	1,31	120
∞	1,94	1,83	1,71	1,64	1,57	1,48	1,39	1,27	1,00	∞
ν_2 / ν_1	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	ν_2 / ν_1

PAPETERIES CANSON & MONTGOLFIER S.A. FABRIQUÉ EN FRANCE





10³
9
8
7
6
5
4
3
2
c
10 10²
1,0 10
0,1 1
2,8
2,9
3,0
3,1
3,2
3,3
3,4
3,5
3,6
N°163