Intro
sur la statistique.

Qu'est-ce qu'une connaissance.
Que signifie "signifier" ? inné ↓ gène ADN & acquis ↓ neuronale.
2 systèmes de connaissance :

- gène : façon dont on écrit protéines.
  processus chimique.
  ↳ confinement du livre (parois cellulaires).
  au service d'elle-même (réplication ADN)
  finalité : soi-même. → qu'est-ce qu'exister ?
  absurdité, fascinant.
  complexifier ≠ règles thermodynamique.
  ↳ se perfectionner ≠ lois physique.

⇒ signifier : avoir un but. finaliste.
autres mécanismes : argent ⇄ argent
bureaucratie ⇄ société
extension.

- connaissance neuronale.
  perfectionnement ADN extrêmement long. 4,5 M années
  ↳ mutations aléatoires. associé à système de sélection.
  mélange ADN dans la sexualité
  ↳ "apprend" pour le gène
  ⇒ très lent
  ⇒ ≠ spécialisés complétant connaissance ADN.
  neurone : ≠ non finaliste, spécialisé, non au service de l'ADN.
  machine statistique : effet de sommation temporelle et spatiale. → organisation déterministe du monde

⇒ déterminisme.

but du neurone ?

fonction du sommeil : fonction génétique.

↳ réinformer les neurones.

son devoir génétique.

"devoir de sexe" morale génétique.

pensée statistique :

que signifie connaître → déterminisme entre 2 événements.

livres – CEA statistique appliquée à l'expé. des mes. (Hasson)
– MR Bertaud initiation à la stat. et aux probs. Eyrolles
– Vonnacot (livre rouge) – Drombecto.

phénomène aléatoire → • notion d'événement.
connaissance produits initiaux → connaissance à prévoir.
• reproductibilité du résultat.
P → R résultat P = préparation.
P → " identique.
m̂ causes ⇒ m̂ effets.
pas le m̂ résultat → pas exactement les m̂ connaissances P
↳ causes cachées
valeur d'une connaissance.
connaissance ↗ ⇔ résultat plus précis.
qualité de déterminisme à travers fluctuations.
↳ probabilités

Préparation : Epreuve . Résultat
P ⟶ R
P ⟶ R'

fluctuation ⊕ faible si R important. ou qualitatif
fréquence de R = $\frac{\text{nb de fois où R apparaît}}{\text{nb total : N}}$ = répétition.

$F_R = \frac{n_R}{n_T}$ → reproductibilité.

résultat numérique obtenu sur une variable continue.
↳ inaccessible. (8,2? 8,2?
fréquence non déterminable pour les variables continue : numérique ; pas capable de connaître ?

historique → • jeux d'argent à l'origine de la statistique.
jeux de cartes → pari de Pascal.
↳ modélisation monde
• dès 13e ↗
théorie probabilités aux molécules. Bolsman
• début du 20e
problèmes agronomiques. (P très nombreux).
• diffusion dans sciences.
• microinformatique, calculs complexes.
↳ vulgariser.
• neurones. "math. nous."

Chap II notion proba expérimentale.
Soit une épreuve → ensemble fondamental.
qui permet de définir un événement $A \subset E$
Par exemple on tire 1 ampoule ds 1 lot très grands
ensemble fondamental = 2 événements élémentaires.
ampoule intacte → A
" détruite → $\bar{A}$ $E = \{A ; \bar{A}\}$
ici événement choisi : A
chaque fois qu'on tire une ampoule, on note A ou $\bar{A}$
on le remet.
on tire n fois au hasard.
fréquence : $F_A = \frac{n_A}{n}$

situation où ça ne converge pas.
ici, pas de probabilité pour A
pas de statistique, restriction cruciale de la méthode
↳ phénomènes chaotiques.

proba. conditionnelles $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B|A) = \frac{P(A|B)}{P(A)} \cdot P(B)$

B : avoir la grippe.

A : avoir la fièvre

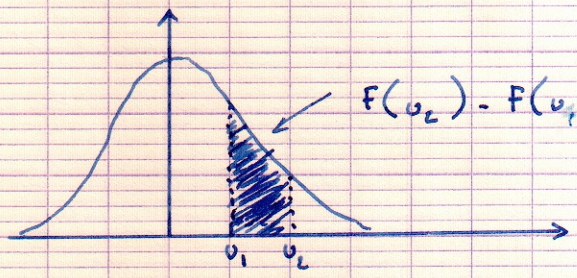
→ induction statistique. degré de liaison entre A et B

→ théorie générale de la décision. → si fort → 1
si faible → 0

- 1- $P(x_1 < X < x_2) = P(u_1 < U < u_2)$

changement variable.

2- $F(u) = \int_{-\infty}^{u} f(t)\,dt$ donné sur les tables.



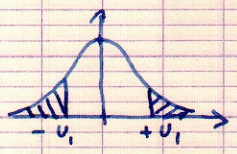
u_2 positif en rouge

u_1 " " "

3- utiliser symétrie courbe de la loi normale centrée réduite.

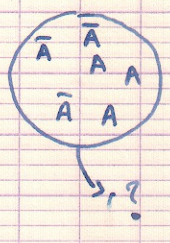
↳ $F(-u_1) = 1 - F(u_1)$

- table : $P(|U| > |u_1|)$



$F(u) = 1 - \frac{P(|U| > |u_1|)}{2}$

tirer au sort → tirage équiprobable.



$E = \{A ; \bar{A}\}$

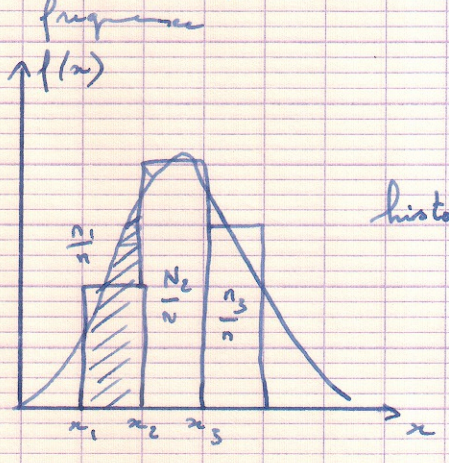
$P_A = \frac{\text{nb boules A}}{\text{nb B t.}}$ si on a le changement dans l'urne ↳ avec remise !

sans remise → modification composition urne

→ autre loi P.

prélèvement échantillon aléatoire

↳ composition urne ≠ composition échantillon.



histo → représentation f(x) approché.

si n → S rectangle = S courbe entre x_n et x_{n-1}

EIQ = $x_{75\%} - x_{25\%}$

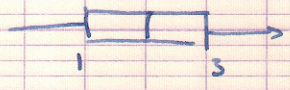
= 3e quartile − 1er quartile

1er = 25% des valeurs sont inférieures à x

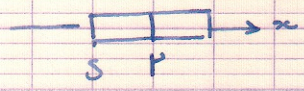
2e = 50% " " " "

3e = 75% " " " "

EIQ ≃ variance



symétrique → μ =

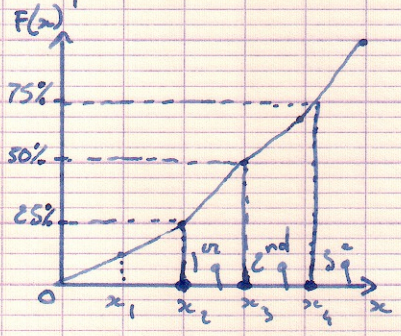


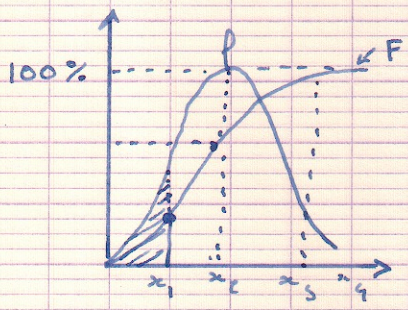
non symétrique → EIQ

rang normalisé, classement valeurs x

fréquence cumulée $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$

F fonction de répartition.





si F(x) = 37,5%

* n grd → $\hat{S}$ loi normale de moyenne σ de variance $\frac{\sigma^2}{2n}$

$n > 30$

→ $U = \frac{\hat{S} - \sigma}{\frac{\sigma}{\sqrt{2n}}}$ suit une loi normale.

pour un risque α donné

→ $\sigma = \hat{s} \pm U_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{S}}{\sqrt{2n}}$

1- Π suit loi normale.
↳ H_0 $\mu - \mu_{ref} = 0$ (accepter ou refuser hypothèse).

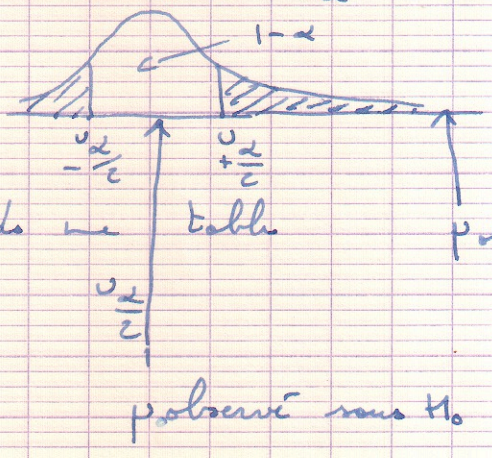
2- choisir fonction discriminante: $\mathcal{N}(\mu; \frac{\sigma^2}{n})$
si n grand.

$U = \frac{\Pi - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ fonction discriminante

3- trouver u_0 observé avec <u>hypothèse H_0</u>

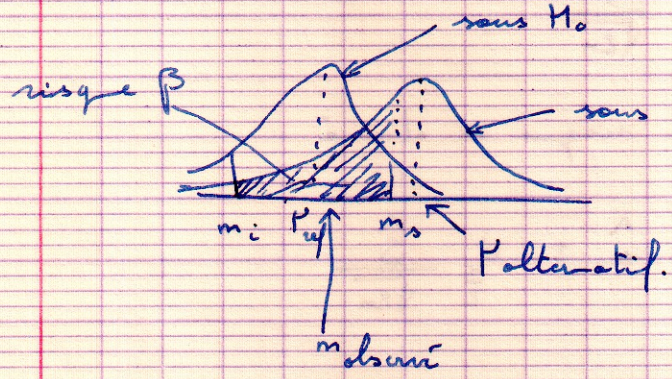
$u_0 = \frac{m_0 - \mu_{ref}}{\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}}$

4- fixer risque α de se tromper. (ex: 5%)
et on construit u_α



↳ H_0 pas bonne car $P(u_0)$ faible

si μ_0 observé, à l'itération H_0 bonne, acceptée
↳ P de se tromper ?
se tromper ⇒ commettre une hypothèse.



H_0 $\mu_0 = \mu_{ref}$?

Π $f(x) = \mathcal{N}(\mu ?, \text{var}\,\Pi)$

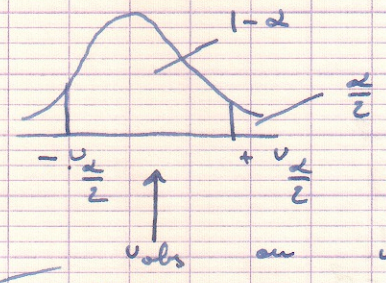
$\text{Var}(\Pi) = \frac{\sigma^2}{n}$ connu

$$U = \frac{\Pi - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$ fonction discriminante.

U observé sous H_0

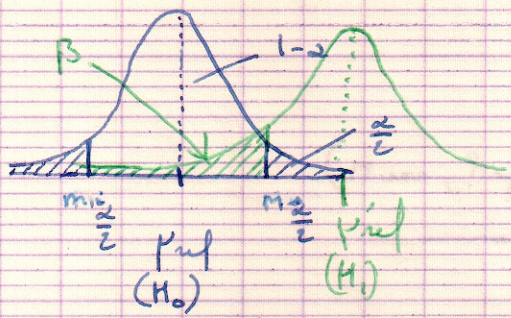
$$u_{obs} = \frac{m_{obs} - \mu_{ref}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

valeurs critiques de $U = \pm u_{\frac{\alpha}{2}}$



↳ accepter H_0 ↳ rejeter H_0 au risque α de se tromper.
risque de se tromper β
inconnu.

⇒ hypothèse alternative H_1 : $\mu \neq \mu_{ref}$
→ infinité d'hypothèses.
→ pas de calcul des probabilités.
H_0 = UNE hypothèse.
fixe : μ_{obs} / Π grand → loi normale.
→ calculer risque β
→ revenir loi de proba de Π



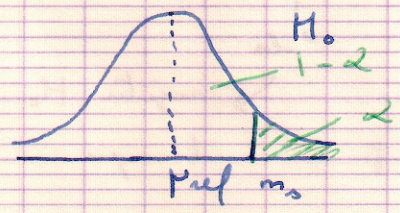
loi distribution sur Π sous hypothèse H_0
intervalle de confiance.

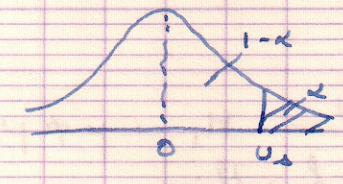
autre hypothèse : p'_{ref} donné → autre courbe.
β donné entre m_i et m_s sous courbe de p'_{ref}

risque d'accepter dépend du résultat.

- intervalle de confiance
- α non fixé → à trouver.
- test unilatéral.

$H_1 : p \neq p_{ref}$
ou $p > p_{ref}$
ou $p < p_{ref}$





ajustement

CONDITIONS sont connus - tables de valeurs expérimentales
- modèle math.
- critère d'ajustement

sont à éliminer - constantes numériques optimales qui ajustent au mieux le modèle
- la valeur de l'ajustement.

METHODES I le modèle est linéaire $Y = aX + b$
→ méthode graphique
→ méthode des moindres carrés

II le modèle n'est pas linéaire.
1) par changement de variable on peut le ramener à 1 modèle linéaire. En effectuant le changement de variable sur les valeurs expérimentales, on est ramené au I
2) on ne peut obtenir de modèle linéaire méthodes des pts.

le papier ½ log.

permet le tracé de variable graphique $Y = \log y$ sans avoir à calculer le log.

$y = y_0 e^{+kt}$ $\quad Y = \ln y$

$\ln y = Y = \ln k t + \ln y_0$

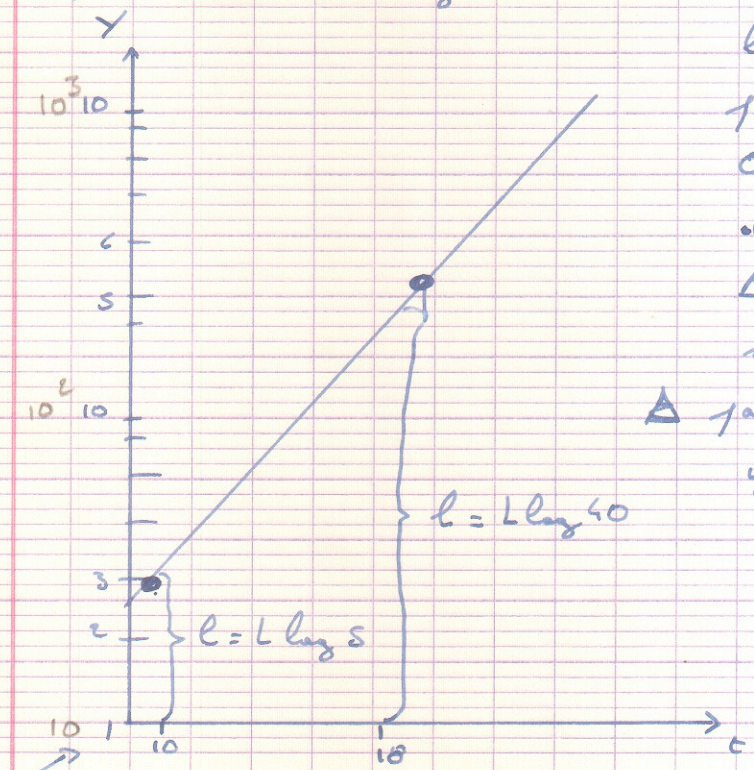
- méthode calculette : calculer Y_1 Y_2 Y_3 à partir de y_1, y_2, y_3 ... et tracer sur papier ordinaire les points $(t_n ; Y_n)$

trouver valeur k et y_0, on prend 2 pts sur la droite suffisamment éloignés Y_1' et Y_0', on regarde t_0 et t_1 qui correspondent

on peut résoudre $\begin{cases} Y_0' = k t_0 + \ln y_0 \\ Y_1' = k t_1 + \ln y_0 \end{cases}$

valeurs logarithmiques lues.

- méthode semi-log



choisir puissance de 10 à l'origine

l'échelle est définie à 1 puissance de 10 près.

On ne calcule pas la pente de la droite ajustée en faisant $\Delta Y / \Delta X$ mais on se servant de valeurs lues sur la droite.

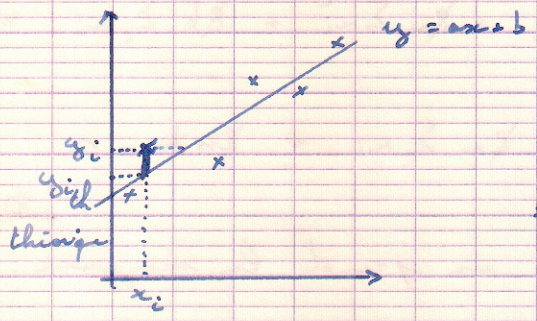
Δ pas de calculette.

$y = y_0 e^{kt}$ $\quad \ln y = k t + \ln y_0$

$t = 10$ $\quad y = 2,8$ $\}$ valeurs lues sur le graph

$t = 18$ $\quad y = 530$ $\}$ sur le graph

on résout $\begin{cases} 2,8 = y_0 e^{10k} \\ 530 = y_0 e^{18k} \end{cases}$



→ apparu pb résolu
⇒ droite tracée

calcul $(y_i - y_{i\,th})^2$ pour chaque x_i

$$S = \sum_{i=1}^{i=n} (y_i - y_{i\,th})^2$$

$$\Leftrightarrow \quad S = \sum_i (y_i - ax_i - b)^2$$

trouver a et b tel que S soit minimal.

S fonction de a et de b $\quad S = f(a, b)$

exemple $u = f(a) \qquad u' = f'(a) = 0$

↳ rechercher a

pour trouver a et b tels que S min.

↳ calcul.

$\frac{dS}{da}$ où $b = cte$

$\frac{dS}{db}$ où $a = cte$.

} → 2 équations à 2 inconnues.

$$S = \sum_i (y_i - \overbrace{(ax_i + b)}^{u})^2 \qquad u^2 = u'u^1. \ (+2)$$

$$\frac{dS}{da} = 2\sum (y_i - ax_i - b)(-x_i) = 0$$

$$\frac{dS}{db} = \sum 2(y_i - ax_i - b)(-1) = 0$$

$$\frac{dS}{da} = -2\sum_i x_i y_i + 2a\sum_i x_i^2 + 2b\sum_i x_i = 0$$

$$\frac{dS}{db} = -2\sum_i y_i + 2a\sum_i x_i + 2nb = 0$$

$\frac{1}{n}\sum x_i = \bar{x}$ on prend la moyenne. $\rightarrow \sum_i x_i = n\bar{x}$

$\frac{1}{n}\sum_i x_i y_i = \overline{x.y} \neq \bar{x}.\bar{y}$ $\rightarrow \sum_i x_i y_i = n\overline{xy}$

$\frac{1}{n}\sum_i x_i^2 = \overline{(x^2)} \neq (\bar{x})^2$ $\rightarrow n\overline{x^2}$

↳ a = b =
formule est donnée.

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x}.\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

coef. corrélation de xy

$$\hat{\rho} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\hat{\sigma}_x . \hat{\sigma}_y}$$

→ 1 très bon ajustement
→ 0 pas de relation ajustement très mauvais.

$0 < |\hat{\rho}| < 1$

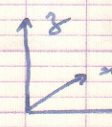
- $U = f(x\ y\ z\ t)$

ex : $V = RI$

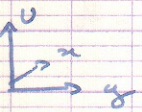
$I = \frac{R}{V}$

$R = \frac{V}{I}$

$\frac{RI}{V} - 1 = 0 \Rightarrow$ pb écriture.

- 

$U = f(x\ y\ z)$ → représentation de point.

dès que $U = f(x;y)$ 

à partir de 3 variables, on ne sait plus représenter.

- $\lim_{x \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

si $f(x\ y\ z \ldots)$

$\Delta U = f(x+\Delta x ; y+\Delta y ; z+\Delta z) - f(x\ y\ z)$.

$dU = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta y \to 0 \\ \Delta z \to 0}} \Delta U$

→ pas de sens clair.

calcul d'erreur.

1) déterminer les grandeurs entachées d'erreurs.

π = cte numérique. ⇒ variable à prendre sans compte.

2) calculer analytiquement chacune des dérivées partielles par rapport à chacune des variables entachées d'erreurs.

$V = V_0 e^{-kt}$

$V_0 = 8{,}83 \cdot 10^3 \pm 0{,}01 \cdot 10^3$

$k = 1{,}74 \pm 0{,}02$

$t = 80 \cdot 10^{-6}\ s \pm 0{,}1 \cdot 10^{-6}$

} variables entachées d'erreurs.

Selon la formule.

$$\frac{\delta U}{\delta x} \quad \frac{\delta U}{\delta y} \quad \frac{\delta U}{\delta z} \quad \ldots$$

$$\frac{dV}{dV_0} = e^{-kt} = e^{-1,74 \cdot 2,0 \cdot 10^{1}} = 7,7 \cdot 10^{-16}$$

$$\frac{dV}{dk} = -t\, V_0\, e^{-kt}$$ (t V_0 k sans erreur).

$$\frac{dV}{dt} = -k\, V_0\, e^{-kt}$$

3) calculer valeur numérique de chacune de ces dérivées.
et en prendre la valeur absolue.

4) la multiplier par la valeur absolue de l'incertitude correspondante.

$$\left|\frac{\delta V}{dV_0}\right| \cdot |\Delta V_0| = 7,7 \cdot 10^{-16} \cdot 0,01 \cdot 10^{3} = 7,7 \cdot 10^{-15}$$

5) faire la somme de chacun des résultats.

6) arrondir à 1 chiffre significatif.
↳ ΔV

7) donner le résultat du calcul (erreur ex ou implicite)
= résultat définitif/selon ce qui est demandé.

si vérification : double aveugle plutôt que revérifier.

$$W \leq \ln V = -kt + \ln V_0$$

$$\Delta W \leq \left|\frac{\partial W}{\partial t}\right| |\Delta t| + \left|\frac{dW}{dV_0}\right| |\Delta V_0| + \left|\frac{dW}{dk}\right| |\Delta k|$$

$$\Delta W \leq |-k|\,|\Delta t| + |-t| . |\Delta k| + \left|\frac{dV_0}{V_0}\right|$$

$$\Delta W = \left|\frac{d(\ln V)}{dV}\right| . |\Delta V| = \frac{d \ln V}{dV} \Delta V$$

$$= \frac{\Delta V}{V}$$

$$\Delta V = V . \Delta W$$

$$\underbrace{V_0 e^{-kt}}_{V} + \underbrace{V_1}_{C}$$

incertitude d'une somme
= somme des incertitudes

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

Intégrale définie
de Rayman.

$$dF(x) = f(x)\,dx$$

$$F(x) = \int_a^b f(x)\,dx = nb$$

b → somme, faire addition surfaces $f(x)dx$.

$$F(x) = \int_a^x f(x)\,dx$$ = intégrale impropre.

$$U = y\, e^{xy}$$

$$A_x = \frac{\partial U}{\partial x} = y z\, e^{xy}$$

$$A_y = \frac{\partial U}{\partial y} = e^{xy}$$

$$A_z = \frac{\partial U}{\partial y} = x y\, e^{xy}$$

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

condition pour rotationnel

$$\frac{\partial A_x}{\partial y} = \frac{\partial A_y}{\partial x} \quad \text{et} \quad \frac{\partial A_x}{\partial z} = \frac{\partial A_z}{\partial x}$$

$$F_x = 3x^2 + 2y^2$$

$$F_y = 4xy + 1$$

est-ce que U existe ?

$\Leftrightarrow$ les fonctions F dérivent-elles d'un champ scalaire

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = 4y \qquad \frac{\partial F_y}{\partial x} = 4y$$

$\Rightarrow \exists U$

$$U = \int F(x)\, dx + \underbrace{f_1(y)}_{?} \qquad y = \text{cte}.$$

$$U = \left[x^3 + 2xy^2 \right] + f_1(y)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 4xy + \frac{\partial f_1(y)}{\partial y} = F_y$$

$$= 4xy + 1$$

donc $$\frac{\partial f_1(y)}{\partial y} = 1$$

$$f_1(y) = \int 1 \, dy + C$$

$$= y + C$$

donc $U = x^3 + 2xy^2 + y + C$

$y' = f(x)$

$y = F(x) = \int_a^x f(x)\,dx$

$y' = 3x + 2$

$y\,? = f(x)$ solution.

$y = \int (3x+2)\,dx$

$y = \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$ → solution générale.

de $y' - 3x - 2 = 0$

éq différentielle

du 1er ordre.

(dérivée 1ère)

$(x_0; y_0)$ valeurs particulières

= condit° initiales ou

condit° particulières.

$\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$ $\quad 0 = \frac{3}{2} \cdot (-1)^2 - 2 + c$

$c = \frac{1}{2}$

solution particulière : $y = \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1/2$

$y' - 2y + 2x = 0$

$\exists\, y$ tel que ... ?

- $m(x;y)\,dx + n(x;y)\,dy = du$.

$$du = \frac{\partial u}{\partial x}\cdot dx + \frac{\partial u}{\partial y}\cdot dy.$$

p 123

$$du = (3x^2 + 2y^2)\,dx + (4xy + 1)\,dy = 0$$

$\frac{\partial}{\partial y}$ ⇓ $4y$; $\frac{\partial}{\partial x}$ ⇓ $4y$ → u existe.

→ $u = cte$

$u = x^3 + 2xy^2 + y = c$ sol. de l'éq. $= 0$.

$y = f(x)$

$du = 0$

- $(2y + 2)\,y' + 3x^2 = 0$

$$\Leftrightarrow (2y + 2)\,dy = -3x^2\,dx$$

$$\Rightarrow \int (2y + 2)\,dy = -\int 3x^2\,dx$$

$$\Leftrightarrow 2y + y^2 = -x^3 + c \quad \text{sol. générale.}$$

- $a(x)\,y' + b(x)\,y = c(x)$

sans 2nd membre $c(x) = 0$

$$a(x)\,y' + b(x)\,y = 0$$
$$a(x)\,y' = -b(x)\,y$$
$$a(x)\,dy = -b(x)\,y\,dx$$
$$\frac{dy}{y} = -\frac{b(x)}{a(x)}\cdot dx$$

$y \cdot a(x)$ facteur intégrant.

$$\int \frac{dy}{y} = \int -\frac{b(x)}{a(x)}\,dx = \int g(x)\,dx$$

$$\Leftrightarrow \quad \ln y = G(x) + K$$

$$y = \lambda e^{G(x)}$$

équat° linéaires 1er ordre.

$$a(x)\,y' + b(x)\,y = c(x)$$

SGEC = SGESSM + 1 SPEAM

$$y' = -\frac{b(x)}{a(x)}\,y = g(x)\,y \longrightarrow v(x) = e^{\int g(x)\,dx}$$

. sol. générale $y = \lambda\, v(x)$

. sol. particulière avec 2nd mb $\quad \downarrow \ell(x) = \lambda$

$y = v(x) = \ell(x)\, v(x)$ (variation de cte)

$$\ell(x) = \int \frac{c(x)}{a(x)\, v(x)}\,dx$$

$$v(x) = e^{G(x)}$$

$$y = v(x)\,(\ell(x) + \lambda)$$

$$y = \lambda(x)\, e^{G(x)} = \ell(x)\, v(x)$$

$$y' = \ell'(x)\, v(x) + v'(x)\, \ell(x)$$

$$a(x)\,y' + b(y)\,y = c(x)$$

solution général équat° complète = sol. géné équat° SSM + 1 SPEASM

$c(x)$

spcam $= ax^0 + bx^1 + cx^2 \ldots$

$2y' + 3y = x^2$

$\frac{2dy}{y} = -3dx$ équaθ sans 2nd membre.

$y = \lambda e^{-\frac{3}{2}x}$ SGE sans second membre

$y = a + bx + cx^2$ soluθ de équaθ complète.

$y' = 2cx + b$

$4cx + 2b + 3a + 3abx + 3cx^2 = x^2$

$x^2(3c - 1) + x(3ab + 4c) + 3a + 2b = 0$

$$\begin{cases} 3c - 1 = 0 & c = 1/3 \\ 3b + 4c = 0 & b = -4/9 \\ 3a + 2b = 0 & a = 8/27 \end{cases}$$

$y = \frac{8}{27} - \frac{4}{9}x + \frac{1}{3}x^2$ spcam

sol. particulière équaθ à 2nd membre.

$y = \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{8}{27} - \frac{4}{9} + \frac{1}{3}x^2$

applications

$\frac{dC}{dt}$, $\frac{dQ}{dt}$

dt positif fixé

signe de la dérivée : dC , C après - C avant.

compartiment biologique = espace de diffusion.

ensemble d'organes où est diffusé du produit

la diffusion est rapide et homogène

⇒ compartiment

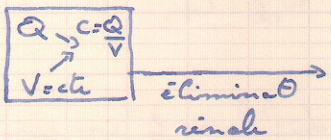
ex : compartiment vasculaire.

espace extracellulaire.

compartiment hépatique.

modèle linéaire → éq diff 1ère ou 2ème ordre.

à t=0 Q_0



= diffusion simple

à travers une mb.

$dQ_d = k_d dt \cdot Q = -dQ$ → éq diff 1ère ordre. linéaire, coef constant, sans 2nd membre.

$\Leftrightarrow 1 \cdot \frac{dQ}{dt} + k_d Q = 0$

$\int_a^b \frac{dQ}{Q} = -\int_b^a k_d \, dt$

$Q = \lambda e^{-k_d dt}$ solution générale.

à $t = 0$, $Q = Q_0$

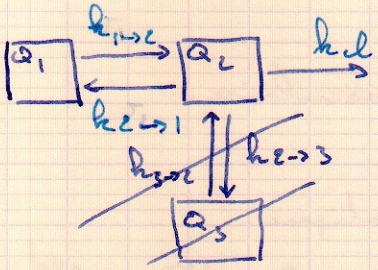
$Q_0 = \lambda e^{0} = \lambda$

donc $\lambda = Q_0$

donc $Q = Q_0 e^{-k_{el} t}$ solution particulière

à $t = 1$, $Q = Q_1$ $\quad Q_1 = \lambda e^{-k_{el} \cdot 1}$

$\lambda = Q_1 \cdot e^{k_{el}}$



= 2 systèmes cinétiques.

$$\begin{cases} dQ_1 = -k_{12} Q_1 dt + k_{21} \cdot Q_2 dt \\ dQ_2 = -k_{21} Q_2 dt - k_{el} \cdot Q_2 dt + k_{12} Q_1 dt \end{cases}$$

système de 2 éqs à 0 diff à 2 inconnues.
→ séparer les variables.

$$\begin{cases} \dfrac{dQ_1}{dt} + k_{12} Q_1 - k_{21} Q_2 = 0 \\ \dfrac{dQ_2}{dt} - k_{12} Q_1 + (k_{21} + k_{el}) Q_2 = 0 \end{cases}$$

sol générale = somme 2 sol. linéairement indépendante.

$ay'' + by' + cy = d(x)$.

résolu θ sans 2nd mb.
solu θ de type e^{rx}
$y = e^{rx}$
$y' = r e^{rx}$
$y'' = r^2 e^{rx}$

$a r^2 e^{rx} + b r e^{rx} + c e^{rx} = 0$
$a r^2 + b r + c = 0 \rightarrow$ équa θ résolvante $a r^2 + b r + c$
$\Delta > 0$, racines réelles.
↳ r_1 et r_2
$y = \lambda e^{r_1 x} + \mu e^{r_2 x}$ 2 cte arbitraire !!
$\Delta = 0$, racines r_0 égales.
$y = e^{r_0 x}(\lambda x + \mu)$ $y_2 = x e^{r_0 x}$ ($\rightarrow$ Lagrange)
$\Delta < 0$, racines de la forme $\alpha \pm i\beta$
$y = A e^{\alpha x} \cos(\beta x - \varphi)$
↳ sol générale harmonique.
A φ = ctes arbitraires.

application : pendule.

résol. avec 2nd mb
sol particulière. identification.

$t \quad x_t ? \quad y_t ?$

$$\begin{cases} 2\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 4x - y = e^t \\ \frac{dx}{dt} + 3x + y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2Dx + Dy - 4x - y = e^t \\ Dx + 3x + y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2D-4)x + (D-1)y = e^t \\ (D+3)x + y = 0 \quad \leftarrow \times[-(D-1)] \end{cases}$$

$$\hookrightarrow -(D-1)(D+3)x - (D-1)y = 0$$

$$-(D-1)(Dx + 3x) - (D-1)y = 0$$

$$\oplus \begin{cases} -(D^2x + 3Dx - Dx - 3x) - (D-1)y = 0 \\ 2Dx - 4x + (D-1)y = e^t \end{cases}$$

$$-D^2x - x = e^t$$

$$x'' + x = e^t$$

$$\begin{cases} Q_1(D + h_{12}) - h_{21}Q_2 = 0 \quad \times(-h_{12}) \\ Q_2(D + h_{21} + h_{el}) - h_{12}Q_1 = 0 \quad \times(h_{12} + D) \end{cases}$$

$$-h_{21}Q_2 + (D + h_{21} + h_{el})(DQ_2 + h_{12}Q_2) = 0$$

$$-h_{21}Q_2 + D^2Q_2 + h_{21}DQ_2 + h_{el}DQ_2 + DQ_2 \cdot h_{12} + h_{12}h_{21}Q_2 + h_{el}h_{12}Q_2 = 0$$

$$-b_3 Q_2 - D^2 Q_2 + b_2 D Q_2 + c Q_2 = 0$$

où racines très positives.
+ sol particulières.

$$\begin{cases} Q_1 = \lambda_1 e^{r_1 t} + \beta_1 e^{r_2 t} \\ Q_2 = \lambda_2 e^{r_3 t} + \beta_2 e^{r_4 t} \end{cases}$$